2点から一次関数を求める

解説 / 連立方程式で解く

目標：2点の座標から、a と b を連立方程式で求めよう。

解き方の流れ

① 求める式を y = ax + b とおく。

② 2点の x と y をそれぞれ代入して、2つの式を作る。

③ 連立方程式を解いて、a と b を求める。

④ a と b を式に戻し、2点を通るか確かめる。

例題1　2点 (1, 3)、(3, 7) を通る一次関数

STEP 1　それぞれの座標を y = ax + b に代入する。

$$\begin{cases} 3 = a + b & \cdots① \\ 7 = 3a + b & \cdots② \end{cases}$$

x = 1、y = 3 を代入

x = 3、y = 7 を代入

STEP 2　② - ① を計算して、b を消す。

$$7 - 3 = (3a + b) - (a + b)$$

$$4 = 2a \quad \Rightarrow \quad a = 2$$

STEP 3　a = 2 を①に代入して、b を求める。

$$3 = 2 + b \quad \Rightarrow \quad b = 1$$

答え　$y = 2x + 1$

確認：x = 1 のとき y = 3、x = 3 のとき y = 7。

2点とも式に当てはまるので、正しく求められています。

2点から一次関数を求める

解説 / 連立方程式で解く

負の数や分数が出ても、「代入 → 連立方程式」の手順は同じ。

例題2　負の座標がある場合：(-1, 4)、(2, 1)

2点の座標を y = ax + b に代入する。

$$\begin{cases} 4 = -a + b & \cdots① \\ 1 = 2a + b & \cdots② \end{cases}$$

x = -1 なので、ax = -a。

② - ① を計算する。

$$1 - 4 = (2a + b) - (-a + b)$$

$$-3 = 3a \quad \Rightarrow \quad a = -1$$

①に代入：4 = -(-1) + b より、b = 3。

答え　$y = -x + 3$

例題3　分数が出る場合：(2, 4)、(6, 6)

$$\begin{cases} 4 = 2a + b & \cdots① \\ 6 = 6a + b & \cdots② \end{cases}$$

② - ① で b を消す。

$$2 = 4a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{2}$$

$$4 = 2 \times \frac{1}{2} + b \quad \Rightarrow \quad b = 3$$

答え　$y = \frac{1}{2}x + 3$

注意：引き算では、かっこ内の符号にも気を付けましょう。